

Занятие №14

Тема: Непрерывные случайные величины

1. Случайная величина X задана функцией плотности распределения.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1 \\ Ax + \frac{1}{8}, & \text{при } -1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Требуется:

- Определить постоянную A и построить график плотности распределения.
 - Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Математическое ожидание отметить на графике $f(x)$.
 - Найти функцию распределения и построить ее график.
 - Найти квантиль уровня 0,0625.
 - Найти вероятность того, что случайная величина примет значение, удовлетворяющее условию: $1 < X < 5$.
2. Случайная величина задана функцией распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 1 \\ A(x-1)^2, & \text{при } 1 < x \leq 3 \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Требуется:

- Определить постоянную A и построить график функции распределения.
 - Найти вероятность того, что случайная величина примет значение, удовлетворяющее условию: $2 < X < 4,5$.
 - Найти квантиль уровня 0,25;
 - Найти медиану $Me(X)$.
3. Случайная величина X задана функцией плотности распределения.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 1 \\ A(x-1)^2, & \text{при } 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Требуется:

- Определить постоянную A и построить график плотности распределения.
 - Найти моду $Mo(X)$.
 - Найти вероятность того, что случайная величина примет значение, удовлетворяющее условию: $2 < X < 5$.
4. Случайная величина задана функцией распределения.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 2 \\ (x-2)^2, & \text{при } 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

Требуется:

- а). Построить график функции распределения.
- б). Найти функцию плотности распределения и построить ее график.
- в). Найти математическое ожидание и отметить его на графике плотности распределения.
- г). Найти вероятность того, что $X = 2,5$.
- д). Найти вероятность того, что $X < 2,5$.
- е). Найти вероятность того, что случайная величина примет значение, удовлетворяющее условию: $2,5 < X < 4$. Показать найденную вероятность на графике $f(x)$.

5. Случайная величина X задана функцией плотности распределения.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 2 \\ Ax + \frac{1}{4}, & \text{при } 2 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

Требуется:

- а). Определить постоянную A и построить график плотности распределения.
- б). Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины. Математическое ожидание отметить на графике $f(x)$.
- в). Найти функцию распределения и построить ее график.
- г). Найти моду $Mo(X)$.
- д). Найти вероятность того, что случайная величина примет значение, удовлетворяющее условию: $1 < X < 3$.

Ответы:

1. а) $\frac{1}{8}$; б) $M(X) = \frac{5}{3} \approx 1,67$, $D(X) = \frac{8}{9} \approx 0,89$, $\sigma(X) \approx 0,94$;

в) $F(x) = \frac{(x+1)^2}{16}$, при $-1 \leq x \leq 3$; г) $x_{0,0625} = 0$ д) $0,75$;

2. а) $\frac{1}{4}$; б) $0,75$ в) $x_{0,25} = 1$; г) $Me(X) = \sqrt{2} + 1 \approx 2,41$;

3. а) $\frac{1}{27}$; б) $Mo(X) = 4$; в) $\frac{26}{81} \approx 0,32$;

4. б) $f(x) = 2(x-2)$, при $2 \leq x \leq 3$; в) $M(X) = \frac{8}{3} \approx 2,67$; г) 0 ; д) $0,25$; е) $0,75$;

5. а) $\frac{1}{12}$; б) $M(X) = \frac{55}{18} \approx 3,06$, $D(X) \approx 0,33$, $\sigma(X) \approx 0,57$;

в) $F(x) = \frac{x^2 + 6x - 16}{24}$, при $2 \leq x \leq 4$; г) $Mo(X) = 4$; д) $\frac{11}{24} \approx 0,46$